

Ensaio

Estimação de uma NAIRU para Portugal

Carla Monteiro, Eduardo Gutiérrez, João Leal*

Resumo

O presente artigo tem por objetivo estimar uma NAIRU no contexto da economia Portuguesa tendo por base a metodologia exposta por Gordon (1997) e Rusticelli e Guichard (2011) incorporando no modelo, conhecido pela curva de Phillips, medidas de expectativas ancoradas e de medidas alternativas de desemprego. A estimação desta variável não observada é fundamental para uma condução informada da política macroeconómica. Os resultados apontam para a importância de considerar no modelo o objetivo de inflação do Banco Central Europeu (BCE) bem como medidas alternativas de desemprego.

1. Introdução

A relação entre a taxa de desemprego e a inflação tem gerado crescente atenção por parte da comunidade científica, como é visível pelo número e variedade de trabalhos empíricos que têm sido realizados.

Foi em 1970 que surgiu o termo que incorpora a ligação desemprego-inflação, a NAIRU (*Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment*), também conhecida pela taxa natural de desemprego.

Gordon (2013) e Watson (2014) verificaram que o desemprego cíclico é um dos principais determinantes da inflação nos Estados Unidos. Contudo, na União Europeia, tanto as estimações de desemprego estrutural como a análise da validade do conceito têm sido mais escassas.

De facto, esta relação tem sofrido mudanças significativas nas últimas décadas, com a inflação a mostrar-se menos sensível a movimentos do desemprego. Uma possível explicação reside no facto de a inflação se ter tornado mais ancorada aos objetivos do Banco Central, resultado da maior credibilidade das instituições condutoras de política monetária. Desde a criação do euro, em janeiro de 1999, o objetivo do BCE tem sido o de manter a estabilidade dos preços na área do euro. Nesse sentido, foi definida uma inflação próxima mas inferior a 2% a qual deverá ser mantida a médio prazo¹.

As metas da inflação permitem que a política monetária se foque em responder a choques na economia nacional, o que não é possível com um sistema de taxa de câmbio fixo, bem como a redução de incerteza junto dos agentes económicos. As expectativas de inflação que são melhor ancoradas permitem uma redução contra-cíclica das taxas de juro.

Neste sentido, procedeu-se no presente artigo, à estimação da NAIRU para a economia portuguesa tendo por base as alterações na estrutura do mercado de trabalho.

O artigo encontra-se estruturado da seguinte forma: na secção 2 é apresentada a revisão de literatura, na secção 3 apresentam-se as abordagens utilizadas na estimação da NAIRU e na secção 4 são apresentados os resultados empíricos. Por último, são apresentadas na secção 5 as conclusões finais do artigo e possíveis extensões.

* As opiniões expressas no artigo são da responsabilidade dos autores podendo não coincidir com as da instituição. Todos os erros e omissões são da responsabilidade dos autores.

E-mails dos autores:

carla.monteiro@gpeari.min-financas.pt

joao.leal@gpeari.min-financas.pt

eduardo.gutierrez.2014@novasbe.pt

¹ <https://www.bportugal.pt/PT-PT/POLITICAMONETARIA/Paginas/default.aspx>, acedido em 04-04-2016.

2. Revisão da Literatura

O termo NAIRU² (*Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment*) surgiu na linguagem macroeconómica em 1970, período marcado por uma rápida subida da inflação. Este é definido, de acordo com a literatura moderna do mercado de trabalho, como a taxa de desemprego compatível com a estabilização da inflação a ausência de qualquer pressão inesperada nos salários-preços (Pichelmann e Schuh, 1997; Friedman e Suchoy, 2004). De acordo com o Bean (1994), a taxa de desemprego de equilíbrio assume que, no longo-prazo, a NAIRU é determinada unicamente por fatores do lado da oferta do mercado de trabalho.

Não obstante, importa referir que Turner *et al.* (2001) identificaram três conceitos distintos: NAIRU, NAIRU de curto-prazo e taxa de desemprego de equilíbrio no longo-prazo.

O primeiro é definido como a taxa para a qual o desemprego deverá convergir na ausência de choques do lado da oferta³, após o ajustamento através dos preços. O segundo é definido como a taxa de desemprego consistente com a estabilização da taxa de inflação no seu nível atual no período seguinte (no qual o *time frame* definido depende do intervalo de tempo utilizado para analisar a inflação, por exemplo, no trimestre seguinte, no próximo semestre, ou no ano seguinte). Depende da NAIRU, mas *à priori* é mais volátil porque é influenciada por um conjunto de fatores, incluindo os temporários, expectativas e inércia no processo dinâmico de ajustamento da inflação e possivelmente relacionado com efeitos limitados no tempo. Assim, o conceito de NAIRU de curto-prazo é influenciado também pelo nível verificado de desemprego. Por último, o terceiro corresponde ao estado estacionário de longo prazo, após a NAIRU se ajustar a todos os choques e influências incluído aquelas que têm efeitos duradouros.

A visão dominante é que não existe, no longo-prazo, um *trade-off* entre inflação e desemprego: no longo-prazo o desemprego depende, essencialmente, de variáveis estruturais, ao passo que a inflação é um fenómeno monetário (Turner *et al.*, 2001).

No curto-prazo, contudo, é considerado a existência de um *trade-off* tal que, se o desemprego diminuir (aumentar) para valores abaixo (acima) da taxa natural de desemprego, a inflação tenderá a subir (descer) até o desemprego convergir para os valores da NAIRU, momento em que a inflação estabiliza num nível permanentemente mais elevado (inferior)⁴. Portanto, a existência de uma NAIRU tem implicações imediatas na condução de políticas económicas. Um estímulo macroeconómico, por si só, pode não reduzir permanentemente o desemprego e, qualquer melhoria de curto-prazo face à NAIRU, resultado de ações políticas de estímulo, poderá ser refletido em taxas de inflação progressivamente elevadas (Turner *et al.*, 2001).

De acordo com Friedman (1968) o *trade off* temporário foi capturado pelo “modelo triangular” que mede a NAIRU pela identificação de três fatores que afetam a inflação no contexto da curva de Phillips, sendo eles: (i) inércia; (ii) pressões de procura; (iii) choques de oferta. Dada a relevância deste modelo, informações mais detalhadas serão fornecidas num ponto posterior.

A NAIRU é uma variável não observada, havendo, portanto, a necessidade de ser estimada. Neste sentido, diferentes métodos de estimação foram desenvolvidos, podendo ser divididos em três categorias: estruturais, estatísticas e métodos de forma reduzida (Gianella *et al.*, 2008).

As abordagens estruturais são dadas como uma função de variáveis do mercado de trabalho e do produto e envolvem a estimação de um sistema de equações que explicam o mecanismo de fixação dos salários (ver, a título de exemplo, Morrow e Roegers, 2000). Este método identifica os determinantes específicos do desemprego estrutural. Contudo, a existência de desacordos sobre o modelo estrutural apropriado e questões de especificação estatística revestem as estimativas de um grau elevado de incerteza.

As abordagens estatísticas dividem a taxa de desemprego numa componente de tendência, identificada como a NAIRU, e numa componente cíclica. A identificação destas duas componentes pode basear-se em técnicas de filtragem, destacando-se o filtro HP (Hodrick e Prescott, 1997) e o filtro *band pass* (Baxter e King, 1999).

² Importa referir que existe a NAIRU e a NAWRU, dois termos que não devem ser confundidos. A NAWRU descreve o nível de desemprego consistente com a ausência de choques salariais.

³ No médio-prazo ou quando os seus efeitos se dissipam.

⁴ Turner *et al.*, 2001; Friedman, 1968 e Centeno *et al.*, 2010.

As abordagens de forma reduzida permitem obter a NAIRU pela identificação da taxa de desemprego consistente com a inflação estável na equação da curva de Phillips. Adicionalmente, podem ser impostas restrições estatísticas que aumentem a significância da relação estimada. Este é o método mais aceite⁵, não só pela sua coerência com a teoria económica, como pela explicação da relação entre desemprego-inflação, mas também pela viabilidade das estimações entre países e períodos.

Como referido anteriormente, o modelo triangular desenvolvido por Gordon (1977) e salientado por Friedman (1968) é um método sob a abordagem na forma reduzida que mede a NAIRU pela identificação de três fatores que afetam a NAIRU: inércia⁶ [$A(L)(\pi_{T-1} - \pi_{T-1}^e)$], pressões de procura [$\gamma(L)(U_t - U_t^*)$] e choques de oferta [$\delta(L)z_t$]. Isto traduz-se na seguinte equação.

$$\pi - \pi^e = A(L)(\pi_{T-1} - \pi_{T-1}^e) + \gamma(L)(U_t - U_t^*) + \delta(L)z_t + e_t \quad (1)$$

$$U_t^* = U_{t-1}^* + v_t \quad (2)$$

Onde π é a taxa de inflação atual, π^e é a inflação esperada, U_t é a taxa de desemprego, U_t^* representa a NAIRU, z_t é o vetor de variáveis relativas aos choques de oferta⁷ e e_t e v_t são termos de erro serialmente não correlacionados.

Este modelo é um *benchmark* comum para calcular a NAIRU. Contudo, as características de diferentes fatores podem variar dependendo da especificação teórica como refletido pelos diferentes estudos. A título de exemplo, as expectativas têm sido tradicionalmente modelizadas em expectativas *backward-looking* da curva de Phillips, onde a inércia é formulada tendo por base a dinâmica recente da inflação (ver, por exemplo, Fabiani e Mestre, 2004 e Centeno *et al.*, 2010). A premissa de expectativas *forward-looking* deriva do facto de a inflação ter seguido um “passeio aleatório” durante as últimas décadas, resultado das pressões existentes sobre a procura.

De acordo com Rusticelli *et al.* (2015), na maioria dos países da OCDE, verificou-se que a especificação das expectativas ancoradas supera a especificação *backward-looking* ao longo de um determinado período de tempo (1998-2014). É destacada a elevada significância estatística do hiato do desemprego o que implica que este é identificado com maior confiança e precisão. Por outro lado, a falta de significância estatística na especificação *backward-looking* implica que a correspondente medida de desemprego de equilíbrio é pouco mais do que um filtro do desemprego observado (e.g. *over-fitting*). A diferença de especificações não é apenas relevante em termos de ajustamento estatístico, mas também nas diferentes relações económicas implícitas entre inflação e desemprego.

O hiato do desemprego, derivado destas duas alternativas da especificação da curva de Phillips tem implicações na dinâmica da inflação. Na ausência de qualquer outro choque, a especificação *backward-looking* da curva de Phillips implica que a inflação só é estável quando o hiato do desemprego é fechado (ou seja, quando a taxa de desemprego iguala a NAIRU). Por outras palavras, um hiato de desemprego positivo e estável gera uma taxa constante de desinflação. Por outro lado, a especificação das expectativas ancoradas implica que, na ausência de qualquer outro choque, quando o hiato de desemprego é fechado, a inflação vai estabilizar a um nível consistente com as expectativas de inflação de longo-prazo que, na maioria dos casos, irá ancorar com o objetivo comunicado pelos Bancos Centrais. Como consequência, um hiato de desemprego estável e positivo gera uma taxa de inflação que é estável, mas a um nível inferior ao objetivo de inflação da autoridade monetária.

Outro dos fatores importantes discutidos na literatura, como Blanchard e Summers (1986), é o de que o mercado de trabalho exhibe a forma de *hysteresis*, isto é, períodos de elevado crescimento do desemprego tendem a aumentar a taxa natural de desemprego ou NAIRU. Esta situação trouxe a debate o surgimento de diversas teorias, sendo a mais popular a que enfatiza os impactos sobre os trabalhadores que vivenciam longos períodos de desemprego: o desgaste do capital humano traduzido pela progressiva menor

⁵ Ver, por exemplo, Turner *et al.* (2001), Friedman e Suchoy (2004), Guichard e Rusticelli (2011) e Rusticelli *et al.* (2015).

⁶ A inércia está a capturar a formulação de expectativas e o impacto de alguns aspetos microeconómicos, nomeadamente as relações de *input-outputs* existentes e o impacto dos contratos (Centeno *et al.* (2010)).

⁷ Importa referir que foram utilizados no estudo choques de curto prazo.

atratividade para os empregadores e a redução da sua exposição ao mercado de trabalho refletido pela diminuição da procura de emprego tornam os trabalhadores menos suscetíveis de conseguirem encontrar emprego no futuro (Laurence e Mankiw, 2002, citando Layard *et al.*, 1991). Esta situação reflete claramente a perda de poder negocial por parte dos trabalhadores.

Após a crise económica de 2008, alguns economistas têm-se debatido com o chamado *missing deflation puzzle*. De acordo com os argumentos apresentados, nesses anos, o aumento do desemprego deveria ter conduzido a uma redução da inflação superior ao verificado para ser consistente com a curva de Phillips. De facto, o FMI evidenciou que a relação entre o desemprego cíclico e a inflação tem-se tornado menos significativa (IMF, 2013). Para explicar este fenómeno, Ball e Mazumder (2015) fundamentaram que as expectativas da inflação têm-se tornado mais ancoradas e a evolução da inflação depende do desemprego de curto prazo. Além disso, Gordon (2013) argumentou que, embora a curva de Phillips não tenha sido capaz de capturar a evolução da inflação, o modelo triangular foi. Especificamente, ele prevê a inflação nos Estados-Unidos desde 1996 e capta com precisão as séries atuais. O autor explica ainda que os choques na oferta têm uma grande influência na evolução da inflação mas não estão incluídas na curva de Phillips.

Posto o referido anteriormente e dada a importância da taxa de desemprego para calcular a NAIRU, torna-se importante perceber qual a *proxy* utilizada, bem como, as medidas alternativas de desemprego existentes. De acordo com a OCDE:

“to be considered unemployed an individual must be during the reference period without a job, taking measures to get work during a specific time period (job search) and available to start work usually immediately”.

O INE (2012) apresenta uma definição idêntica à da OCDE e realça que, no sentido de se acomodar as críticas frequentes acerca da possível subestimação do desemprego medido a partir das estatísticas oficiais, o *Bureau of Labor Statistics* (BLS) divulgou um conjunto de agregados alternativos de desemprego cuja definição se encontra exposta na Tabela 1.

Tabela 1- Medidas alternativas de desemprego

U-1	Indivíduos desempregados durante 15 ou mais semanas em percentagem da população ativa.
U-2	Indivíduos que perderam o emprego e que terminaram trabalhos temporários em percentagem da população ativa.
U-3 ⁸	Total dos desempregados em percentagem da população ativa.
U-4	Total dos desempregados, mais desencorajados, em percentagem da população ativa mais desencorajados.
U-5	Total dos desempregados, mais desencorajados, mais todas as outras pessoas marginalmente ligadas ao mercado de trabalho, em percentagem da população ativa mais todos os indivíduos marginalmente ligados ao mercado de trabalho.
U-6	Total de desempregados mais todas as pessoas marginalmente ligadas ao mercado de trabalho, mais empregados em <i>part-time</i> por razões económicas, em percentagem da população ativa mais todos os indivíduos marginalmente ligados ao mercado de trabalho.

Embora o desemprego U-3 tenha sido considerada uma boa *proxy* no caso de Portugal, o início da crise fez variar a estrutura do mercado de trabalho. Mais especificamente, enquanto o desemprego convencional mais que duplicou desde 2008, o número de trabalhadores involuntários de curto-prazo quase que triplicou e o número de trabalhadores desencorajados⁹ quadruplicou desde 2008 (IMF, 2013).

⁸ Esta é a medida que corresponde à taxa de desemprego oficial. Em Portugal, este assunto foi tratado no tema “Medidas alternativas à taxa de desemprego oficial: a consideração dos inativos desencorajados e do subemprego visível”, publicado nas Estatísticas do Emprego (3.º trimestre de 2006).

⁹ Discouraged workers (U-4, U-5, and U-6 measures) are persons who are not in the labor force, want and are available for work, and had looked for a job sometime in the prior 12 months. They are not counted as unemployed because they had not searched for work in the prior 4 weeks, for the specific reason that they believed no jobs were available for them. The marginally attached (U-5 and U-6 measures) are a group that includes discouraged workers. The criteria for the marginally attached are the same as for discour-

Posto isto, a consideração de medidas alternativas de desemprego poderá enriquecer a análise da situação do mercado de trabalho e o cálculo da NAIRU.

A NAIRU é um conceito igualmente relevante nos processos de monitorização orçamental à luz do Pacto de Estabilidade e Crescimento (PEC)¹⁰, quer ao nível do braço preventivo como ao nível do braço corretivo¹¹. No âmbito das alterações foi introduzido um Objetivo de Médio Prazo (OMP), definido em termos do saldo estrutural e cuja finalidade passa por: (i) assegurar uma margem de segurança face ao limite para o défice de 3% do PIB; (ii) garantir uma trajetória rápida na convergência do rácio da dívida para valores sustentáveis e; (iii) assegurar espaço para a existência de margem de manobra orçamental (Banco de Portugal, 2015).

O saldo das administrações públicas, medido pela diferença entre receitas e despesas, varia com o ciclo económico. Posto isto, revelou-se necessária uma medida do saldo das Administrações Públicas (AP) que expurgasse o efeito destas flutuações cíclicas, bem como um conjunto de medidas de carácter extraordinário cujo efeito é, por natureza, não repetível. Este saldo orçamental, denominado estrutural, é calculado fazendo uso da estimação da NAWRU como uma medida estrutural da utilização do fator trabalho, com efeito no crescimento potencial da economia no contexto de uma função produção (e.g. Cobb-Douglas). O hiato do produto, juntamente com a elasticidade das receitas e despesas, determina o nível do saldo estrutural orçamental.

3. Abordagens de Estimação

Como evidenciado por Staiger *et al.* (1997), a estimação da NAIRU é imprecisa porque esta é uma variável não observável e cujo valor não é constante no tempo. Esta incerteza é explicada por três razões: em primeiro lugar, a estimação dos parâmetros; em segundo, a NAIRU é estocástica e esses determinantes não são conhecidos com precisão; e, em terceiro, existem diferentes modelos para estimá-la. Neste artigo, três diferentes medidas serão testadas: duas delas baseadas na abordagem da forma reduzida e outra baseada na abordagem estatística.

Forma reduzida

A medida proposta neste artigo para medir a NAIRU é baseada no modelo de componentes não observados (ver anexo 1), que obtém o seu *time-path* a partir da informação contida na forma reduzida da curva de Phillips. Adicionalmente, o comportamento da variável não observada é definido (ver equações 1 e 2).

De acordo com Gordon (2008) e como seguido pela OCDE, a variável dependente pode ser tanto a inflação dos preços como a inflação salarial. Também, Rusticelli e Guichard (2011) propuseram uma especificação alternativa para os países do sul da Europa, nos quais, segundo os autores, a inflação medida pela variação dos preços é pouco sensível a variações do desemprego. Estes argumentaram que, embora a

aged workers, with the exception that any reason could have been cited for the lack of job search in the prior 4 weeks. Persons employed part time for economic reasons (U-6 measure) are those working less than 35 hours per week who want to work full time, are available to do so, and gave an economic reason (their hours had been cut back or they were unable to find a full-time job) for working part time. These individuals are sometimes referred to as involuntary part-time workers.

¹⁰ O PEC foi alvo de uma nova revisão em 2011 com base num conjunto de legislação conhecida por six pack. Com isto, (i) foi reforçado o braço preventivo ao ter sido imposto um limite para o crescimento da despesa; (ii) procurou-se operacionalizar o critério da dívida, ao nível do braço corretivo; (iii) foram estabelecidas regras específicas relativas às características dos quadros orçamentais dos Estados-Membros (EM); (iv) institui-se um mecanismo de alerta para identificar os desequilíbrios macroeconómicos e criou-se um procedimento específico para correção nos casos em que estes são considerados excessivos. Também, em março de 2012, o Tratado sobre a Estabilidade, Coordenação e Governação na União Económica Monetária (TECG) que contém o *Fiscal Compact* foi assinado por vinte e cinco países da União Europeia (com a exceção da República Checa e do Reino Unido), visando reforçar a disciplina orçamental através da introdução de medidas cujo objetivo era garantir uma maior fiscalização. Em maio de 2013 foram publicados dois textos legais adicionais conhecidos por Two Pack, os quais procuravam reforçar a supervisão económica e orçamental dos EM da área do euro ameaçados ou afetados por graves dificuldades relativas à sua situação financeira.

¹¹ Braço preventivo visa o estabelecimento de mecanismos para reforço da supervisão das situações orçamentais e da coordenação de políticas económicas dos diferentes Estados-Membros, para os países cuja evolução orçamental é compatível com os objetivos definidos no âmbito do Pacto. Por sua vez, o braço corretivo visa clarificar a implementação do Procedimento de Défices Excessivos (PDE), que se aplica aos países em que os desenvolvimentos orçamentais conduziram ao incumprimento dos limites impostos pelo Pacto (Banco de Portugal, 2015).

procura excessiva de trabalho pudesse ter tido pouco impacto sobre os preços antes da crise, os custos unitários do trabalho poderiam ter aumentado. Tanto essa preposição como a inflação dos serviços foram testadas e nenhuma melhoria no ajustamento foi encontrada.

Os choques na oferta são representados pela variância contemporânea da taxa de inflação dos bens alimentares e da energia e a taxa de inflação dos mesmos em relação à inflação global do período anterior. Outras *proxys* possíveis são as variações no preço real do petróleo e nos preços reais das importações, mas não têm sido consideradas devido ao seu baixo poder explicativo como regressores da evolução da inflação. Adicionalmente, os choques na procura são medidos pelas diferenças entre a taxa atual e a taxa natural de desemprego, onde a taxa natural do desemprego é passível de mudar ao longo do tempo. Teorias macroeconômicas enfatizam que, perante uma taxa de desemprego mais elevada do que a taxa natural, a procura de emprego vai pressionar a descida dos salários, com a consequente redução do desemprego.

Por último, a inércia mede o efeito da inflação do período anterior sobre a inflação atual. Dado que, no longo-prazo a inflação depende apenas de fatores nominais, os coeficientes desfasados da inflação têm que somar obrigatoriamente 1. Isto implica que na ausência de choques na oferta e procura a inflação irá permanecer constante.

Neste estudo, testou-se a especificação proposta por Gordon (1997) usando o número de desfasamentos determinados pelos critérios de seleção de choques na oferta e procura e 24 desfasamentos para a inflação (somam 1), sendo que o desfasamento da inflação suprime o poder explicativo dos choques¹². Optou-se por seguir a abordagem estrutural pela simplicidade do modelo e utilidade para os *policymakers*.

Em relação à equação que define a lei do movimento da variável não observada, assume-se que a NAIRU segue um passeio aleatório. A lei do movimento é imposta nos modelos 1, através da equação 4¹³, e 2, através da equação 5 (capturando o comportamento do hiato entre a taxa de desemprego e a NAIRU). Em ambos os modelos o padrão da NAIRU é derivado a partir da informação contida na curva de Phillips através do filtro de Kalman (ver anexo 1). Neste sentido, foram considerados dois modelos:

Modelo 1:

Para estimar a NAIRU partiu-se da formulação básica, que inclui a curva de Philips e a equação da NAIRU.

$$\Delta\pi_t = A(L)\Delta\pi_{t-1} + \beta(U_t - U_t^*) + \gamma z_t + e_t, \quad (3)$$

$$U_t^* = U_{t-1}^* + v_t \quad (4)$$

Onde Δ é o operador da primeira diferença, π é a inflação global, U_t é a taxa atual de desemprego, U_t^* representa a NAIRU, z_t é o vetor de variáveis dos choques de oferta, e_t é o termo do erro serialmente não correlacionado, com média zero e variância σ_e^2 , e v_t é o termo do erro serialmente não correlacionado com média zero e variância σ_v^2 .

O filtro de Kalman permite estimar, simultaneamente, o comportamento das variáveis latentes e os coeficientes por máxima verossimilhança. Contudo, como evidenciado por Gordon (2013) e Watson (2014), a variância do termo do erro da equação de tendência tem de ser definida artificialmente. Este valor é muito importante porque determina o rácio *signal-to-noise* ($\frac{\sigma_v^2}{\sigma_e^2}$), ou seja, o alisamento das séries. Logicamente, quanto maior for a variância do termo do erro da equação de transição mais volátil será a série.

Gordon (1997) sugeriu a escolha do rácio *signal-to-noise* que permite que a NAIRU se mova mais livremente perante fortes variações trimestrais. Especificamente, ele propôs $\sigma_v = 0,09$. Contudo, outros autores propuseram valores alternativos: por exemplo, Müller (2007) estimou que $\sigma_v = 0,28$. Neste estudo, foi imposto $\sigma_v = 0,10$, consistente com as preposições de Gordon. Elevada variância implica inapropriada-

¹² "When serial correlation is high and the exogenous variable are heavily trended, the lagged variable will falsely dominate the regression and suppress the legitimate effect of the other variables" (Achen, 2001).

¹³ Esta equação segue um passeio aleatório puro (sem *drift*), o que pode ser visto como uma forma aceitável de capturar a presença de choques frequentes de natureza permanente (King e Morley, 2007).

mente elevada volatilidade da NAIRU. Assim, o alisamento da NAIRU, alcançado por esta especificação, é uma assunção que se torna conveniente para comparar os resultados de outros modelos.

Modelo 2:

Esta abordagem baseia-se nas equações definidas na especificação anterior, isto é, na curva de Phillips e na lei do movimento que descrevem a NAIRU e, acrescenta uma segunda equação de transição que especifica o *time-path* do *gap* do desemprego. Esta equação adicional garante que a NAIRU não se afasta permanentemente da taxa de desemprego real.

$$U_t - U_t^* = \psi(L)(U_{t-1} - U_{t-1}^*) + \zeta_t \quad (5)$$

Onde $U_t - U_t^*$ é o hiato do desemprego e ζ_t é o termo do erro serialmente não correlacionado, com média zero e variância σ_ζ^2 . De acordo com Jaeger e Parkinson (1994), dois desfasamentos do *gap* do desemprego são incluídos e, segundo Rusticelli e Guichard (2011) a soma dos parâmetros autorregressivos varia entre 0.75 e 0.9. Neste estudo foi assumido que a soma é igual a 0,85.

No que diz respeito à uniformidade das séries, é determinado tanto pela variância relativa do termo do erro da equação de transição da NAIRU no que diz respeito à variação da curva de Phillips como pela variância relativa do termo do erro do *gap* de desemprego relativo à variação da equação da curva de Phillips, equações 4 e 5, respetivamente. Quanto maior for esta última variância, mais volátil será a série da NAIRU.

Estatístico: Filtro Hodrick-Prescot (HP)

Inúmeros artigos têm tentado explicar a evolução da taxa de crescimento dos preços usando o filtro Hodrick-Prescott (HP) para medir estatisticamente a tendência da taxa de desemprego. Para tal, têm usado a diferença entre a taxa de desemprego atual e a tendência da taxa de desemprego, com recurso ao filtro HP, como choque da procura na equação 3. Neste estudo, as estimações com recurso ao filtro HP resultam do uso de um λ igual a 6400 seguindo Gordon (produz uma tendência mais suave), embora para este parâmetro seja assumido, tipicamente, o valor 1600 quando são usados dados trimestrais (ver por exemplo, Dias et al., 2004).

Vendo que a série do desemprego é composta por uma componente de tendência (tr_t) e uma componente cíclica (c_t), Hodrick e Prescott (1997) argumentam que pode obter-se a componente de tendência pela resolução do problema seguinte:

$$\text{Min}_{\{tr_t\}} \left(\sum_{t=1}^T (u_t - tr_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (\nabla^2 tr_{t+1})^2 \right)$$

Onde ∇ é o operador da diferença e λ determina a suavidade da tendência estimada.

Neste artigo optou-se por utilizar este modelo como referência para a comparação dos resultados anteriormente apresentados.

Para estimar a NAIRU para a economia portuguesa foram utilizados dados da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) e do Banco de Portugal¹⁴ (BdP). A estimação cobre o período compreendido entre o terceiro trimestre de 1979 e o terceiro trimestre de 2015 e toda a programação dos modelos teve por base a utilização do *software* STATA®.

¹⁴ Séries longas para a Economia Portuguesa.

4. Resultados Empíricos

4.1. Benchmark

A qualidade do ajustamento dos modelos foi avaliada através do critério *Akaike Information Criteria* ^{(AIC)¹⁵}. Com base neste critério, pode verificar-se através da tabela 2 que o melhor modelo é o 2 ao apresentar um AIC=120,7.

Tabela 2 – Estimação do *gap* de desemprego pela curva de Philips

	Model 1	Model 2	Model HP
$\Delta\pi(-1)$	-0.675*** (-0.0383)	-0.661*** (-0.0381)	-0.680*** (-0.0374)
$\Delta\pi(-2)$	-0.516*** (-0.0533)	-0.505*** (-0.0536)	-0.516*** (-0.0523)
$\Delta\pi(-3)$	-0.548*** (-0.0331)	-0.538*** (-0.0343)	-0.549*** (-0.0332)
$\Delta\pi f$	(0.285)*** (-0.0373)	0.294*** (-0.0369)	0.281*** (-0.037)
$\Pi f(-1) - \pi(-1)$	0.334*** (-0.0413)	0.358*** (-0.0433)	0.325*** (-0.0412)
$\Delta\pi e$	0.112*** (-0.0148)	0.115*** (-0.0149)	0.114*** (-0.0142)
$\Pi e(-1) - \pi(-1)$	0.137*** (-0.0194)	0.144*** (-0.0184)	0.139*** (-0.0196)
Unemployment Gap	-0.0983* (-0.0384)	-0.0831** (-0.0297)	-0.121** (-0.0401)
adj. R-sq	0.897	0.9	0.899
AIC	123.6	120.7	121.8

Standard errors in parentheses

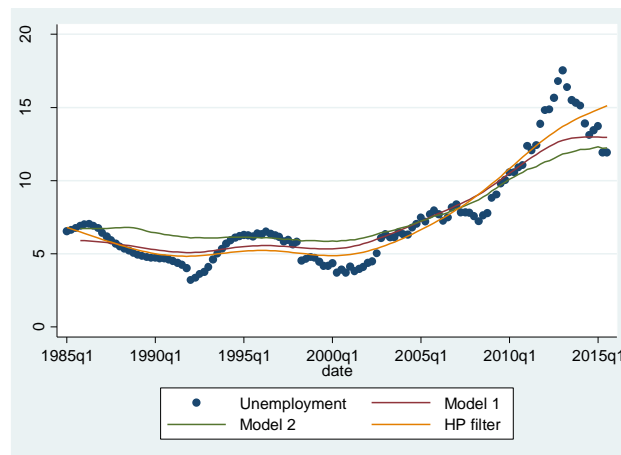
1985:Q1 to 2015:Q3

*p<0.05, **p<0.01, ***p<0.001

O gráfico 1 evidencia a taxa de desemprego e a NAIRU estimada com recurso aos 3 modelos. Este permite ainda verificar que, como seria expectável, a NAIRU varia consideravelmente menos do que a taxa de desemprego e, após o ano 2000, denota-se uma tendência ascendente. Particularmente, o modelo 2 revela um aumento considerável da NAIRU no período compreendido entre 2007-2013, a qual aumenta de 6% em de 2000 para 8% em 2007 e 12% em 2013. Posto isto, importa perceber quais os principais fatores que concorreram para a evolução do desemprego neste período. Carneiro et al. (2013) identificaram três principais canais que podem ter contribuído para o aumento do desemprego neste período: restrições de crédito enfrentadas pelas empresas portuguesas; a rigidez dos salários em resposta aos choques negativos de procura; e a segmentação do mercado de trabalho, com os empregados com contratos temporários a serem os mais afetados por este período recessivo.

¹⁵ O AIC determina o melhor modelo em termos de função de probabilidade ajustada pelo número de parâmetros. O melhor modelo é aquele que possui menor AIC.

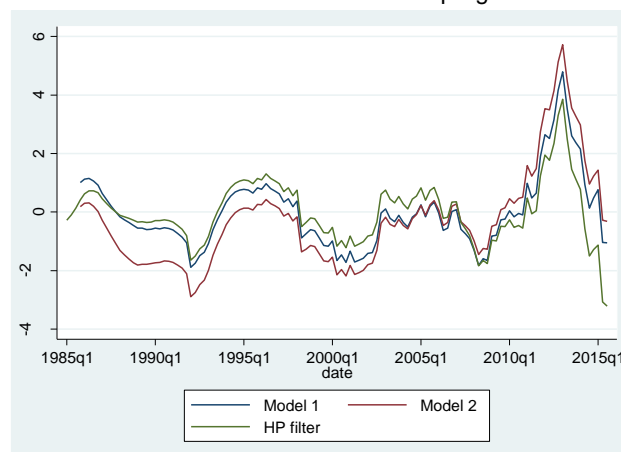
Gráfico 1 – NAIRU



Fonte: Cálculos dos autores

Ao analisar o gráfico 2 é perceptível pelo aumento do *gap* do desemprego que um conjunto de pressões, entre as quais de procura, aumentou significativamente durante o período 2007-2013, o que se traduz num aumento da taxa de desemprego superior ao verificado pela NAIRU. Desde então, a taxa de desemprego começou a diminuir enquanto a NAIRU se manteve em torno dos 12%.

Gráfico 2 – Hiato de desemprego



Fonte: Cálculos dos autores

4.2. Missing deflation puzzle

Comparando os resultados de 1985-1999 com os de 1999-2015, denota-se que o efeito dos choques é geralmente baixo no segundo período e que o coeficiente do *gap* de desemprego diminuiu, em termos absolutos, de -0.147, significativo a um nível de significância de 5%, para -0.0813, não estatisticamente significativo (ver colunas 1 e 2 da Tabela 3, respetivamente). Esta conclusão corrobora o evidenciado na literatura, no que diz respeito à compressão da curva de Phillips.

Dados os recentes desenvolvimentos da economia portuguesa, optou-se por, numa segunda fase, incorporar no modelo expectativas ancoradas (ver coluna 3 da tabela 3) no contexto das metas de inflação na União Monetária Europeia que assume o valor inferior mas próximo a de 2%. Numa terceira fase, optou-se ainda por considerar medidas alternativas de desemprego consistentes com o número de trabalhadores desencorajados e com o número de empregados em *part-time* na economia portuguesa (ver Tabela 4).

Uma possível explicação para a mudança do poder explicativo de choques na procura e oferta sobre a evolução da inflação é o denominado *inflation targeting*. Desde que a União Económica Monetária Europeia foi criada, em 1999, a autoridade monetária tem contribuído para a manutenção a inflação ao nível

de 2% (não obstante aos desenvolvimentos mais recentes). Assim, considera-se relevante incluir na curva de Phillips a diferença entre a inflação da área euro e a respetiva meta (2%):

$$\Delta\pi_t = A(L)\Delta\pi_{t-1} + \beta(U_t - U_t^*) + \gamma z_t + \theta DU(\pi_{ea,t-1} - TAR) + e_t, \quad (7)$$

Onde DU é uma *dummy* que assume o valor 0 antes de 1999 e 1 após esse período. TAR é a meta da *inflation targeting* e π_{ea} é a taxa de inflação da área do euro.

Tabela 3 – Expectativas ancoradas

	BE: 1985 - 1999	BE: 1999-2015	AE: 1999-2015
$\Delta\pi(-1)$	-0.466*** (-0.0687)	-0.745*** (-0.0694)	-0.793*** (-0.0582)
$\Delta\pi(-2)$	-0.496*** (-0.069)	-0.432*** (-0.0928)	-0.516*** (-0.0784)
$\Delta\pi(-3)$	-0.389*** (-0.0652)	-0.504*** (-0.0668)	-0.473*** (-0.0538)
Δnf	0.369*** (-0.0557)	0.242*** (-0.0475)	0.214*** (-0.0396)
$nf(-1) - \pi(-1)$	0.334*** (-0.0523)	0.263*** (-0.0537)	0.324*** (-0.0558)
Δne	0.103* (-0.0443)	0.126*** (-0.0139)	0.111*** (-0.0139)
$ne(-1) - \pi(-1)$	0.0116 (-0.0622)	0.164*** (-0.0187)	0.179*** (-0.0181)
Unemployment Gap	-0.147* (-0.058)	-0.0813 (-0.0436)	-0.0984* (-0.0378)
$\pi(ea-1) - \pi(target)$			-0.214*** -0.0436
adj. R-sq	0.915	0.922	0.941
AIC	53.82	47.65	30.32

Standard errors in parentheses

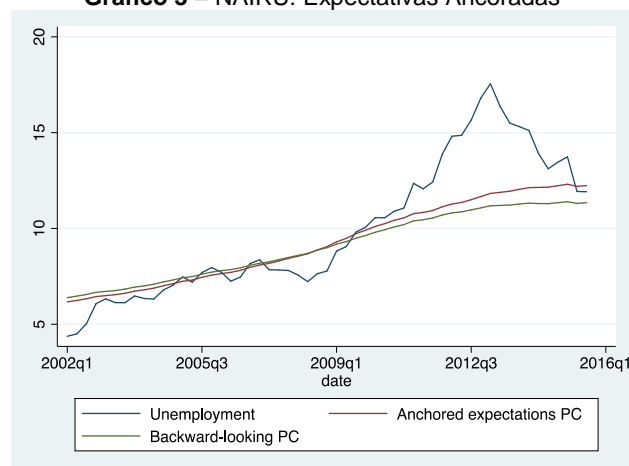
BE: backward-looking expectations

AE: anchored expectations

* p<0.05, ** p<0.01, *** p<0.001

A diferença entre a taxa de inflação e a meta estabelecida [$\pi(ea/1) - \pi(target)$] pelo Banco Central Europeu (BCE) é estatisticamente significativa como visível pela terceira coluna da tabela 3. Além disso, tendo em conta o *inflation targeting* o coeficiente dos choques na procura aumentou, em termos absolutos, de -0.0813 para -0.0984, no período compreendido entre 1999 e 2015 e mostrou-se estatisticamente significativos a um nível de significância de 5%. Estes resultados explicam, em parte, uma redução da inflação inferior ao expectável. Na verdade *“better anchored expectations has been recognized as the main reason for more stable inflation and the absence of disinflation in the aftermath of the financial crisis”* (Rusticelli et al., 2015).

Gráfico 3 – NAIRU: Expectativas Ancoradas



Fonte: Cálculos dos autores

Como visível pelo gráfico 3, desde o início da crise a curva da NAIRU, estimada tendo em conta as expectativas ancoradas, encontra-se acima da curva da NAIRU usando as expectativas da inflação *backward-looking*. Isto fornece evidência de que pressões na procura podem ter sido sobrestimadas devido à *inflation targeting*.

4.3. Hiato do mercado de trabalho

Conceptualmente, e tal como referenciado num ponto anterior, o hiato do mercado de trabalho poderá referir-se não só à população desempregada como incluir um conjunto de outros agregados disponíveis em estatísticas oficiais (trabalhadores desencorajados e trabalhadores em *part-time* por razões económicas) Esta informação deve ser tida em conta em termos econométricos, uma vez que poderá revelar-se importante em recomendações de política e fornecer uma previsão mais precisa da taxa de inflação.

É esperado que os trabalhadores em *part-time* exerçam uma pressão sobre os salários maior do que a exercida pela população desempregada. Centeno et al., (2010) investigam esta hipótese em Portugal e concluem que a probabilidade de transição para o emprego dos trabalhadores marginalmente ativos está próxima da dos desempregados. Por esta razão, os trabalhadores desencorajados devem ser incluídos aquando da estimação da NAIRU.

Tabela 4 – Medidas alternativas de desemprego

	U3	U5	U6
$\Delta\pi(-1)$	-0.834*** (-0.0712)	-0.825*** (-0.0705)	-0.829*** (-0.0702)
$\Delta\pi(-2)$	-0.587*** (-0.0851)	-0.582*** (-0.0841)	-0.586*** (-0.0839)
$\Delta\pi(-3)$	-0.485*** (-0.0552)	-0.489*** (-0.0547)	-0.492*** (-0.0546)
$\Delta\pi f$	0.235*** (-0.0483)	0.237*** (-0.0483)	0.238*** (-0.048)
$\Pi f(-1) - \pi(-1)$	0.353*** (-0.0612)	0.352*** (-0.0616)	0.350*** (-0.0614)
$\Delta\pi e$	0.103*** (-0.0172)	0.101*** (-0.0171)	0.102*** (-0.0172)
$\Pi e(-1) - \pi(-1)$	0.194*** (-0.0231)	0.189*** (-0.0223)	0.190*** (-0.0225)
$\pi(ea-1) - \pi(\text{target})$	-0.248*** (-0.0427)	-0.240*** (-0.0431)	-0.231*** (-0.0425)
Unemployment Gap	-0.100** (-0.0347)	-0.0944** (0.03329)	-0.0910** (-0.0318)
adj. R-sq	0.948	0.948	0.948
AIC	26.18	26.43	26.39

Standard errors in parentheses

2002:Q1 to 2015:Q3

* p<0.05, ** p<0.01, *** p<0.001

Considerando o anteriormente referido, duas medidas adicionais do hiato do mercado de trabalho são utilizadas para medir a NAIRU: o U-5 que inclui desempregados (U-3) e trabalhadores marginalmente ligados ao mercado de trabalho e o U-6 que inclui desempregados (U-3) e trabalhadores em *part-time*.

A Tabela 4 reporta os resultados obtidos, destacando-se o conteúdo informativo relevante. Nesta é visível que o efeito dos choques da procura sobre a evolução da inflação é relativamente mais elevado com a taxa de desemprego (U-3). Além disso, é notório que a magnitude do hiato é semelhante e não existe perda de robustez. Neste sentido, as diferentes medidas de desemprego são relevantes e devem, portanto, ser tidas em conta.

5. Conclusão

A NAIRU é um conceito chave na avaliação da política macroeconómica. No entanto, não existe um consenso sobre a forma como deve ser medida. De qualquer forma, o modelo triangular proposto por Gordon (1977) tem sido amplamente aceite dada a sua aparente precisão. Neste artigo, esta metodologia foi testada juntamente com duas outras especificações.

A metodologia inicial resultou num comportamento estável da NAIRU até ao ano de 2000, o qual foi seguido de um comportamento ascendente, aumentando de um valor estimado de 6%, nesse ano, para 12% treze anos mais tarde.

O objetivo primário do Eurosistema é manter a estabilidade dos preços da área do euro. Como tal, a inclusão de *inflation targeting* no modelo foi considerado chave para estimar a NAIRU. De facto, verificou-se que esta variável se revelou estatisticamente significativa a um nível de significância de 1% e que a NAIRU diminuiu, o que significa que pressões na procura foram maiores do que as calculadas inicialmente (modelo sem expectativas ancoradas).

O desemprego assume cada vez mais um lugar de destaque nos debates de política social e económica. No entanto, continua a existir dificuldade em encontrar uma definição que englobe todos os aspetos relevantes deste fenómeno. Essa dificuldade é o reflexo da elevada heterogeneidade dos indivíduos que se encontram sem emprego e procuram trabalho (Centeno *et al.*, 2010). Neste sentido, além da medida convencional de desemprego, foram utilizadas medidas adicionais de hiato de trabalho, para os quais existem séries temporais disponíveis.

Os resultados obtidos permitem salientar que a inclusão dos trabalhadores em *part-time* e de outras medidas mais latas de desemprego mostraram ser indicadores revelantes no cálculo do hiato do mercado de trabalho. A exclusão destes pode ser aceitável devido à dificuldade existente em termos de medição e comparabilidade. Ainda assim, considera-se relevante aprofundar o seu potencial de inclusão no cálculo da NAIRU.

6. Bibliografia

- Achen, C. (2000). Why Lagged Dependent Variables Can Suppress the Explanatory Power of Other Variables. *Ann Arbor* 1001: 48106-1248.
- Ball, L.; Mazumder, S. (2015). A Phillips Curve with Anchored Expectations and Short-Term Unemployment. *IMF Working Papers*, 15 (39),1.
- Ball, L; Mankiw, G. (2002). The NAIRU in Theory and Practice. *Journal of Economic Perspectives*, 16 (4), 115-136.
- Banco de Portugal (2015). *Boletim Económico – Outubro de 2015.*, 87-92.
- Baxter, M.; King, R. (1999). Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series. *Review of Economics and Statistics*, 81 (4), 575-593.
- Bean, C. (1994). European Unemployment: A Survey. *Journal of Economic Literature*, 32 (2), 573-619.
- Blanchard, O.; Summers, L. (1986). Hysteresis and the European Unemployment Problem. *NBER Macroeconomics Annual*, 1, 15.
- Centeno, M.; Maria, J.; Novo, Á. (2010). How to measure unemployment? Implications for the NAIRU. *Banco de Portugal*.
- Dias, F.; Esteves, P.; Félix, R. (2004). Uma nova avaliação das estimativas da NAIRU para a economia portuguesa.
- Fabiani, S.; Mestre R. (2004). A system approach for measuring the euro area NAIRU. *Empirical Economics*, 29 (2), 311-341.
- Friedman, A.; Suchoy, T. (2004). The NAIRU in Israel: An unobserved components approach. *Israel Economic Review*, 2 (2), 125-154.

- Friedman, M. (1968). The Role of Monetary Policy. *American Economic Review*, 58 (1).
- Gianella, C.; Koske, I.; Rusticelli; Chatal, O. (2008). What drives the NAIRU? Evidence from a panel of OECD countries. *Economics department working paper No. 649*.
- Gordon, R. (1997). The Time-Varying NAIRU and its Implications for Economic Policy. *Journal of Economic Perspectives*, 11 (1), 11-32.
- Gordon, R. (2008). The history of the Phillips curve: An American perspective. Keynote address, *Australasian Meetings of the Econometric Society*.
- Gordon, R. (2013). The Phillips Curve is Alive and well: Inflation and the NAIRU During the Slow Recovery. *NBER*.
- Hodrick, R.; Prescott, E. (1997). Postwar U.S. Business Cycles: A n Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, 29 (1), 1-16.
- IMF (2013). The Dog that didn't Bark: Has Inflation been muzzled or was it Just Sleeping.
- INE (2012). Indicadores suplementares do desemprego: três indicadores novos disponibilizados pelo INE. *Estatísticas do emprego – 2º trimestre de 2012*.
- Jaeger, A; Parkinson, M. (1994). Some Evidence on Hysteresis in Unemployment Rates. *European Economic Review*, 38, 329-342.
- King, T.; Morley, J. (2007). In search of the natural rate of unemployment. *Journal of Monetary Economics*, 54(2), 550-564.
- Layard, R.; Nickell, S.; Jackman, R. (1991). *Unemployment: Macroeconomic Performance and the Labour Market*. Oxford: Oxford University Press.
- Morrow, K.; Roegers, W. (2000). Time Varying NAIRU/NAWRU estimates for the Euro-area member states. *European Communities*.
- Müller, K-U. (2007). Individual and regional determinants of receiving unemployment benefit sanctions in Germany. *Wirt Sozialstat Archiv*, 1, 275-286.
- Müller, U. (2007). A Theory of Robust Long-Run Variance Estimation. *Journal of Econometrics*, 141, 1331 – 1352.
- Pichelmann, K.; Schuh, A. (1997). The NAIRU-Concept: A Few Remarks. *OECD Economics Department Working Papers, No. 178, OECD Publishing*.
- Rusticelli, E.; Cavalleri, M.; Turner, D. (2015). Incorporating anchored inflation expectations in the Phillips curve and in the derivation of OECD measures of the unemployment gap. *OECD Journal: Economics studies*, 2015(1), 299-331.
- Rusticelli, E.; Guichard, S. (2011). Reassessing the NAIRU after the crisis. *OECD Economics Department*, 918.
- Staiger, D.; Stock, J.; Watson, M. (1997). The NAIRU, unemployment and Monetary Policy. *Journal of Economic Perspectives*, 11 (1), 33-49.
- Turner, D.; Boone, L.; Giorno, C.; Meacci; Rae, D.; Richardson, P. (2001). Estimating the structural rate of unemployment for the OECD countries. *OECD Economics Studies No. 33, 2001/II*.
- Watson, M. (2014). Inflation Persistence, the NAIRU, and the Great Recession. *American Economic Review*, 104 (5), 31-36.

7. Anexo 1 – Modelo *State-Space*

Para estimar um filtro de Kalman, o modelo é expresso na forma *state-space*, traduzido pelas equações seguintes:

$$Y_t = Dz_t + Fw_t + Gv_t$$

$$z_t = Az_{t-1} + C\epsilon_t$$

Onde Y_t é uma variável endógena não observada, w_t é o vetor de variáveis endógenas observadas, D, F, A, C e G são os parâmetros das matrizes *time-invariant*, z_t é o vetor de parâmetros não observados e v_t e ϵ_t são os termos de ruído branco.

A equação de medida deriva de fundamentos teóricos. Neste caso, a curva de Phillips determina a relação entre desemprego e inflação. Por outro lado, a equação de transição contém leis atípicas de movimento que descrevem o comportamento da variável não observada.

O filtro de Kalman é um processo recursivo para calcular o estimador ótimo (minimizando o erro quadrático médio) no tempo t baseado na informação disponível nesse período de tempo. Assumindo, desde início, uma variável não observada z_t , Y_t é prevista; usando o valor observado de Y_t o erro previsto é calculado. Por último, esta previsão e o erro da equação *state* são usadas para obter a variável não observada.

Modelo 1

Equação de medida:

$$\Delta\pi_t = \alpha(L)\Delta\pi_{t-1} - \beta(U_t - \text{NAIRU}_t) + \text{supply shocks} + \epsilon_t$$

$$U = U^* + (U - U^*)$$

Que pode ser traduzida **pela matriz:**

$$U^* \begin{bmatrix} \Delta\pi_t \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\beta \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^* \\ U_t^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & b_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\pi_{t-1} \\ \Delta\pi_{t-2} \\ \Delta\pi_{t-3} \\ \Delta\pi^f \\ (\pi_{t-1}^f - \pi_{t-1}) \\ \Delta\pi^e \\ (\pi_{t-1}^e - \pi_{t-1}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\pi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Onde a covariância da matriz } \begin{bmatrix} e_\pi \\ 0 \end{bmatrix} \text{ é } \Sigma_{v_t} = \begin{bmatrix} (\sigma^\pi)^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

State Equation:

$$U_t^* = U_{t-1}^* + v_t$$

$$U_t - U_t^* = \zeta_t$$

Que pode ser traduzida **pela matriz:**

$$\begin{bmatrix} U^* \\ U_t - U_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{t-1}^* \\ U_t - U_t^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_t \\ \zeta_t \end{bmatrix}$$

$$\text{Onde a covariância da matriz } \begin{bmatrix} v_t \\ \zeta_t \end{bmatrix} \text{ é } \Sigma_{\epsilon_t} = \begin{bmatrix} (\sigma^v)^2 & 0 \\ 0 & (\sigma^\zeta)^2 \end{bmatrix}$$

Resolução da matriz (equação de medida):

$\Delta\pi_t$:

$$1. [(0 \times U^*) + (-\beta \times (U_t - U_t^*))] = -\beta (U_t - U_t^*)$$

$$2. [(a_1 \times \Delta\pi_{t-1}) + (a_2 \times \Delta\pi_{t-2}) + (a_3 \times \Delta\pi_{t-3}) + ((b_1 \times \Delta\pi^f) + (d_1 \times (\pi_{t-1}^f - \pi_{t-1})) + (e_1 \times \Delta\pi^e) + (f_1 \times (\pi_{t-1}^e - \pi_{t-1}))]$$

$$3. (1 \times e_\pi) + (0 \times 0) = e_\pi$$

Restrição 1:

$$\Delta\pi_t = (U_t - U_t^*) + [(\Delta\pi_{t-1}) + (\Delta\pi_{t-2}) + (\Delta\pi_{t-3}) + ((\Delta\pi^f) + ((\pi_{t-1}^f - \pi_{t-1})) + \Delta\pi^e + (\pi_{t-1}^e - \pi_{t-1})]$$

U:

1. $[(1 \times U^*) + (1 \times (U_t - U_t^*))] = U^* + (U_t - U_t^*)$
2. $[(0 \times \Delta\pi_{t-1}) + (0 \times [(\Delta\pi_{t-2}) + (0 \times [(\Delta\pi_{t-3}) + (0 \times (\Delta\pi^f)) + (0 \times (\pi_{t-1}^f - \pi_{t-1})) + (0 \times \Delta\pi^e) + (0 \times (\pi_{t-1}^e - \pi_{t-1})])]) = 0$
3. $(0 \times e_\pi) + (0 \times 0) = 0$

Restrição 2:

$$U = U^* + (U_t - U_t^*)$$

Resolução da matriz (*state equation*):

U*

1. $[(1 \times U_{t-1}^*) + (0 \times (U_{t-1} - U_{t-1}^*))] = U_{t-1}^*$
2. $[(1 \times v_t) + (0 \times \zeta_t)] = v_t$

U - U*

1. $[(0 \times U_{t-1}^*) + (0 \times (U_{t-1} - U_{t-1}^*))] = 0$
2. $[(0 \times v_t) + (1 \times \zeta_t)] = \zeta_t$

Restrição 3:

$$U^* = U_{t-1}^* + v_t$$

Modelo 2**Equação de medida:**

$$\Delta\pi_t = A(L)\Delta\pi_{t-1} - \beta(U - U^*) + yz_t + \varepsilon_t$$

$$U = U^* + (U - U^*)$$

Que pode ser traduzida **pela matriz:**

$$\begin{bmatrix} \Delta\pi_t \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\beta & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^* \\ U_t - U_t^* \\ U_{t-1} - U_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & b_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\pi_{t-1} \\ \Delta\pi_{t-2} \\ \Delta\pi_{t-3} \\ \Delta\pi^f \\ (\pi_{t-1}^f - \pi_{t-1}) \\ \Delta\pi^e \\ (\pi_{t-1}^e - \pi_{t-1}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\pi \\ 0 \end{bmatrix}$$

Onde a covariância da matriz $\begin{bmatrix} e_\pi \\ 0 \end{bmatrix}$ é $\Sigma_{vt} = \begin{bmatrix} (\sigma^\pi)^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Equação State:

$$U_t^* = U_{t-1}^* + v_t$$

$$U_t - U_t^* = \psi(L)(U_{t-1} - U_{t-1}^*) + \zeta_t$$

A *state equation* pode ser explicada pela **seguinte matriz:**

$$\begin{bmatrix} U^* \\ U_t - U_t^* \\ U_{t-1} - U_{t-1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_1 & \delta_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{t-1}^* \\ U_t - U_{t-1}^* \\ U_{t-2} - U_{t-2}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_t \\ \zeta_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

Onde a covariância da matriz $\begin{bmatrix} v_t \\ \zeta_t \\ 0 \end{bmatrix}$ é $\Sigma_{v_t} = \begin{bmatrix} (\sigma^v)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma^\zeta)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

U*:

1. $[(1 \times U_{t-1}^*) + (0 \times (U_{t-1} - U_{t-1}^*)) + (0 \times (U_{t-2} - U_{t-2}^*))] = U_{t-1}^*$
2. $[(1 \times v_t) + (0 \times \zeta_t) + (0 \times 0)] = v_t$

Restrição 3:

$$U^* = U_{t-1}^* + v_t$$

U_t - U_t*:

1. $[(0 \times U_{t-1}^*) + (\zeta_t (U_{t-1} - U_{t-1}^*)) + (\zeta_t (U_{t-2} - U_{t-2}^*))]$
 $= \zeta_t (U_{t-1} - U_{t-1}^*) + \zeta_t (U_{t-2} - U_{t-2}^*)$
2. $[(0 \times v_t) + (1 \times \zeta_t) + (0 \times 0)] = \zeta_t$

Restrição 4:

$$U_t - U_t^* = (U_{t-1} - U_{t-1}^*) + (U_{t-2} - U_{t-2}^*) + \zeta_t$$

U_{t-1} - U_{t-1}*:

1. $[(0 \times U_{t-1}^*) + (1 \times (U_{t-1} - U_{t-1}^*)) + (0 \times (U_{t-2} - U_{t-2}^*))] = U_{t-1} - U_{t-1}^*$
2. $[(0 \times v_t) + (\zeta_t \times 0) + (0 \times 0)] = 0$

Restrição 5:

$$U_{t-1} - U_{t-1}^* = U_{t-1} - U_{t-1}^*$$